

基于 PCA 和 LDA 统一化原理的增强型 线性鉴别分析准则

郭志波^{1),2)} 刘华军¹⁾ 郑宇杰¹⁾ 杨静宇¹⁾

¹⁾(南京理工大学计算机科学与技术学院,南京 210094) ²⁾(扬州大学信息工程学院,扬州 225009)

摘要 主分量分析(PCA)和线性鉴别分析(LDA)是模式识别领域的使用最为广泛的两种特征抽取方法,而在图像识别中经常采用的是 PCA + LDA 方法来代替单纯的 LDA。本文提出一种增强型线性鉴别准则(ELDA),将 PCA 的优点和 LDA 的优点充分地融合在一起,不仅解决了 PCA 过程中使用最小距离方法时识别精度相对低的缺点,而且解决了 LDA 过程中当类内散布矩阵奇异时投影向量的求解问题,也就是说可以使用该方法来替代 PCA + LDA 的两步骤方法。另外,该方法在识别精度上比 PCA 和 LDA 或 PCA + LDA 方法都有较大的提高,通过在 ORL、Yale 和 NUST603 人脸库上的实验验证了该算法的有效性。

关键词 增强型线性鉴别分析 主分量分析 线性鉴别分析 PCA + LDA

中图分类号: TP391.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2008)04-0702-07

An Enhanced Linear Discriminant Analysis Criterion Based on Uniform Theory of PCA and LDA

GUO Zhi-bo^{1),2)}, LIU Hua-jun¹⁾, ZHENG Yu-jie¹⁾, YANG Jing-yu¹⁾

¹⁾(The College of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

²⁾(The College of Information Engineer, Yangzhou University, Yangzhou 225009)

Abstract Principal Components Analysis (PCA) and Linear Discriminant Analysis (LDA) are two popular feature extraction methods for pattern recognition, and in image recognition, researchers usually use PCA + LDA instead of LDA. An enhanced linear discriminant analysis (ELDA) criterion, which integrates their merits, is proposed in the paper. It can not only overcome the PCA's shortcomings of lower precision when using the minimal distance, but also resolve the problem of projective vector solution of LDA when the within-class scatter matrix is singular. So the two-step method of PCA + LDA can be substituted by ELDA. Moreover, its recognition rate exceeds the single PCA, LDA, or PCA + LDA largely. Many experiments on ORL, YALE and NUST603 face database indicate that our method is effective.

Keywords enhanced linear, discriminant analysis (ELDA), principal components analysis (PCA), linear discriminant analysis (LDA), PCA plus LDA

1 引言

人脸识别是目前模式识别研究领域一项极富挑战性的研究课题,其研究不但对于模式识别理论的发展具有重要的学术意义,而且在商业、法律

和其他领域都有着广泛的实用价值和巨大的市场应用前景。到目前为止,已经提出了很多算法来处理人脸识别问题^[1],其中基于代数特征的人脸识别方法是当前人脸识别方法的主流,并且取得了较好的实验效果。在人脸识别方法中,基于 K-L 变换(PCA)的 Eigenface 识别方法^[2,3]和基于 Fisher 鉴别

基金项目:国家自然科学基金项目(60472060,60473039)

收稿日期:2006-06-22;**改回日期**:2006-11-28

第一作者简介:郭志波(1975 ~),男。讲师。现为南京理工大学计算机系博士研究生。主要研究方向为模式识别、机器视觉等。

E-mail: zhibo_guo@163.com

准则(LDA)的 Fisherface 人脸识别方法^[4,5]是应用较广的分析方法。PCA 是保持样本总体离散度最大的一种降维分析方法,但是由于降维过程没有引入分类信息,所以在使用最小距离方法进行识别时,其精度一般是小于最近邻测量方法。LDA 由于可得到有助于分类的最佳鉴别投影信息,所以在使用最小距离方法和最近邻方法时精度比较相近。然而 LDA 在实际使用中经常会遇到小样本问题^[6,7],此时在类内散布矩阵奇异的情况下,就不能直接应用相应的鉴别准则,因此有很多学者提出了相应的算法,包括 Fisherface 方法在内的 PCA + LDA 的组合方法是此类方法的主流^[5,8],但是该方法当 PCA 降维之后的样本类内散布矩阵为满秩的时候,就不存在相应零空间的信息,也就是说或多或少地损失掉一部分信息。

增强型线性鉴别准则(ELDA),将 PCA 的优点和 LDA 的优点融合在一起,不仅解决了 PCA 过程中使用最小距离方法时识别精度相对低的缺点,而且解决了 LDA 过程中当类内散布矩阵奇异时投影向量的求解问题,同时也注重了泛化特性。该方法在识别精度上优于 PCA、LDA 或 PCA + LDA,通过在 ORL、Yale 以及 NUST603 人脸库上的实验验证了该算法的有效性。

2 相关知识

2.1 基本定义

设 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$ 为 c 个模式类,样本 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, \mathbf{x}_i 是 m 维实向量,类间散布矩阵 \mathbf{S}_b 、类内散布矩阵 \mathbf{S}_w 和总体散布矩阵 \mathbf{S}_t 分别定义为

$$\mathbf{S}_b = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_0) (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_0)^T \quad (1)$$

$$\mathbf{S}_w = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) E\{(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{x}}_i) (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{x}}_i)^T / \omega_i\} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_w = E\{(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{x}}_0) (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{x}}_0)^T\} \quad (3)$$

其中, $P(\omega_i)$ 为第 i 类训练样本的先验概率(一般在人脸问题上取等概率), $\bar{\mathbf{x}}_i = E\{\mathbf{X} / \omega_i\}$ 为第 i 类训练样本的均值, $\bar{\mathbf{x}}_0 = E\{\mathbf{X}\} = \sum_{i=1}^m P(\omega_i) \mathbf{x}_i$ 为全体训练样本的均值。

由式(1)~式(3)的定义知, $\mathbf{S}_w, \mathbf{S}_b, \mathbf{S}_t$ 均为非负定矩阵,而且当 \mathbf{S}_w 可逆时, \mathbf{S}_w 与 \mathbf{S}_t 均为正定矩阵。

2.2 主分量分析(PCA)

经典的主分量分析的最优投影矢量集等价于通

过准则函数式(4)得到的最优投影矩阵

$$\mathbf{A}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{A}} (J_p(\mathbf{A}))。$$

$$J_p(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_t \mathbf{A})] \quad (4)$$

通过 $\partial J_p(\mathbf{A}) / \partial \mathbf{A} = 0$, 可以得到 PCA 的最优投影轴,即 \mathbf{A}_{opt} 的列向量为特征方程 $\mathbf{S}_t \mathbf{A} = \lambda \mathbf{A}$ 的 d 个最大的特征值所对应的标准正交特征向量 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_d$ 满足以下条件:

$$\mathbf{S}_t \mathbf{a}_j = \lambda_j \mathbf{a}_j \quad j = 1, \dots, d, \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d \quad (5)$$

2.3 Fisher 线性鉴别准则(LDA)

线性鉴别分析方法的目的是从高维特征空间中提取出最具有分类能力的低维特征,我们希望投影后的特征数据,在低维空间里不同类别的样本尽可能分散,同时希望每个类别内部样本尽量密集。

经典的 Fisher 线性鉴别分析旨在通过最优化准则函数式(6)找到一个最优的投影矩阵

$$\mathbf{A}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{A}} (J_f(\mathbf{A}))。$$

$$J_f(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{S}_w \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_b \mathbf{A})] \quad (6)$$

事实上,经典的 Fisher 线性鉴别分析的最优投影轴,即 \mathbf{A}_{opt} 的列向量一般取为广义特征方程 $\mathbf{S}_b \mathbf{U} = \lambda \mathbf{S}_w \mathbf{U}$ 的 d 个最大的特征值所对应的特征向量 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_d$ 满足以下条件:

$$\mathbf{S}_b \mathbf{u}_j = \lambda_j \mathbf{S}_w \mathbf{u}_j \quad j = 1, \dots, d; \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d \quad (7)$$

当类内散布矩阵非奇异的时候,通常的 Fisher 准则函数通过求得对应矩阵 $\mathbf{S}_w^{-1} \mathbf{S}_b$ 的 d 个最大的特征值所对应的特征向量 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_d$ 。

Fisher 准则也可以采用如下的广义形式:

$$J_f(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{S}_t \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_b \mathbf{A})] \quad (8)$$

2.4 PCA + LDA 的特征提取

基于 Fisher 鉴别准则的线性变换方法提供了一个取得低维分类数据的有效方法,但是在人脸识别等小样本问题的模式识别问题中,经常会出现不能直接应用 Fisher 鉴别准则的情形,类内散布矩阵奇异不可求逆,很多学者提供了相应的解决方法,其中占主流的是包括 Fisherface 在内的 PCA + LDA 组合方法。

该方法将 Fisher 最优鉴别特征的抽取过程分为两步:第1步,作 K-L 变换 $\mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}$ 将高维的原始样本压缩,其中, \mathbf{P} 为通过 K-L 变换得到的主分量投影矩阵;第2步,在变换空间内,利用 Fisher 鉴别分析进行特征抽取。类间散布矩阵、类内散布矩阵和总体散布矩阵分别表示为 $\tilde{\mathbf{S}}_b = \mathbf{P}^T \mathbf{S}_b \mathbf{P}$ 、 $\tilde{\mathbf{S}}_w = \mathbf{P}^T \mathbf{S}_w \mathbf{P}$ 、 $\tilde{\mathbf{S}}_t = \mathbf{P}^T \mathbf{S}_t \mathbf{P}$, 其中, $\tilde{\mathbf{S}}_w, \tilde{\mathbf{S}}_t$ 为正定阵(可逆), Fisher 准

则函数重新定义为

$$J_f(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{S}}_w \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{S}}_b \mathbf{A})] \quad (9)$$

推广的 Fisher 准则函数定义如下:

$$J_f(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{S}}_l \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{S}}_b \mathbf{A})] \quad (10)$$

3 增强型线性鉴别准则

3.1 ELDA 的定义

如果原始样本 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}, i = 1, 2, \dots, n, \mathbf{x}_i$ 是 m 维实向量, 将其变换成 l 维向量 \mathbf{y}_i , 使所采用的类可分性测量最优。首先定义线性变换为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A}^T \mathbf{x}_i \quad (11)$$

式中, \mathbf{A} 是一个 $m \times l$ 矩阵, 满足下面定义的准则。

这里定义一个增强型 LDA 准则 (ELDA) 为

$$J_e(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}]$$

$$\mathbf{A}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{A}} (J_e(\mathbf{A})) \quad (12)$$

式中, $\mathbf{S}_{x_w}, \mathbf{S}_{x_b}$ 是 \mathbf{X} 的类内和类间散布矩阵, α 为调节因子。也可以采用另外一种形式:

$$J_e(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_t} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}]$$

$$\mathbf{A}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{A}} (J_e(\mathbf{A})) \quad (13)$$

式中, $\mathbf{S}_{x_t} = \mathbf{S}_{x_w} + \mathbf{S}_{x_b}$ 是 \mathbf{X} 的总体散布矩阵。

3.2 ELDA 的本质

总体上讲, 当 $\alpha = 0$ 时

$$J_e(\mathbf{A}) = \text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_w} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}]$$

就是经典 Fisher 准则函数, 当 $\alpha \rightarrow \infty$ 或大到一定程度时就可以认为

$J_e(\mathbf{A}) = \alpha \text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}]$ (α 对 \mathbf{A} 的求解没有影响)

而 $\text{tr}[(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}]$ 正好是 PCA 的准则函数, 只是使用 \mathbf{S}_{x_b} 代替 \mathbf{S}_{x_t} , 而使用 \mathbf{S}_{x_b} 代替 \mathbf{S}_{x_t} 的识别效果是相近的。该准则是 PCA 和 LDA 的统一体, 由于 α 的调节, 可以在 PCA 和 LDA 之间寻找到一个平衡点, 可以大大提高识别精度。

通过 LDA, 可以达到类间离散度最大, 类内离散度最小, 也就是说类和类之间分得最大, 而类内结合的最紧密, 但是为什么使用 LDA 在有些情况下, 对测试样本的识别性能却不如 PCA 呢? 因为使用 LDA 得到投影矩阵是对训练样本进行学习得到的, 如果用训练样本本身来做测试, LDA 方法肯定优于 PCA 方法, 但是训练样本形成的空间是否能够有效地表示所有测试样本, 这是决定 LDA 性能的一个关键问题, 而在很多情况下, 例如在人脸识别中, 每个

人的训练样本数相对较少, 很多情况存在小样本问题, 训练样本空间并不能非常有效地包围测试样本空间, 通过 LDA 得到投影矩阵虽然对训练样本非常有效, 但对于测试样本并不是很有效, 本来属于某类的测试样本很可能投影之后反而偏离该类也就说对测试样本的泛化能力较差, 所以 LDA 方法比较适合于训练样本充足的情况。

PCA 方法是一种保持总体离散度最大的降维方法, 它的优点是使用较少的维数来反映样本之间的结构关系。由于在降维过程中, 没有加入分类指导信息, 所以降维过程对类间距离的调节属于盲目状态, 并且使用最小距离方法识别精度基本上是小最近邻方法, 在许多识别中使用最近邻方法是非常费时间的, 需要和训练样本都比较一遍。

ELDA 正好吸收了两者的优点, 弥补了它们的缺点, 在 PCA 和 LDA 之间寻找到一个平衡点, 也就是得到更加有效的投影矩阵, ELDA 其实就是具有泛化能力调节的 LDA 和具有类间距离调节的 PCA。ELDA 对每类训练样本数较少的识别问题是非常有效的, 后面的实验验证了通过 ELDA 得到的识别精度较大幅度超越了 LDA 和 PCA。

另外通过 ELDA 还解决了一个难题, 即 LDA 过程中当类内散布矩阵奇异时投影向量的求解问题, 也就是说可以使用该方法来替代 PCA + LDA 的两步骤方法, 所以说 ELDA 有机地将 PCA 和 LDA 结合起来, 建立了一个新的统一模型。

3.3 ELDA 中 \mathbf{A}_{opt} 的求解

要使 $J_e(\mathbf{A})$ 取得最大值, \mathbf{A} 也必须满足:

$$\partial J_e(\mathbf{A}) / \partial \mathbf{A} = 0 \quad (14)$$

根据式 (14) 可以得到:

$$-2(\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A})$$

$$[\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} + 2\mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} = 0$$

化简得到:

$$(\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}$$

$$= \mathbf{A} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A}) \quad (15)$$

通过一个线性变换使得 $\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}$ 和 $(\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A})$ 同时对角化:

$$\mathbf{B}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A} \mathbf{B} = \mathbf{I}, \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A} \mathbf{B} = \mathbf{D} \quad (16)$$

由式 (16) 可以得到:

$$[\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{x_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1}$$

$$= \mathbf{B} \mathbf{B}^T, \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{x_b} \mathbf{A} = (\mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \quad (17)$$

通过式 (15)、(17) 可以得到:

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} &= \mathbf{A} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} \times \\ (\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A}) &= \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{B}^T (\mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} = \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \\ (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \mathbf{B} &= \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{D} \end{aligned} \quad (18)$$

令 $\mathbf{U} = \mathbf{A} \mathbf{B}$, $\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{B}^{-1}$ 代入式 (18) 得到:

$$(\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad (19)$$

这是典型的特征值-特征向量问题。因为

$$\begin{aligned} J_c(\mathbf{U}) &= \text{tr} \{ [\mathbf{U}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{U}]^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{U} \} \\ &= \text{tr} \{ \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A} \mathbf{B} \}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \mathbf{B} \} \\ &= \text{tr} \{ \mathbf{B}^{-1} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} (\mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \mathbf{B} \} \\ &= \text{tr} \{ \mathbf{B}^{-1} [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \mathbf{B} \} \\ &= \text{tr} \{ [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{B}^{-1} \} \\ &= \text{tr} \{ [\mathbf{A}^T (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I}) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{A} \} \\ &= J_c(\mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{D}) \end{aligned}$$

所以,可以直接采用 $\hat{\mathbf{y}}_i = \mathbf{U}^T \mathbf{x}_i$ 提取特征具有同样的分类性能。也就是说 \mathbf{A}_{opt} 的列向量一般取 $(\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b}$ 的 d 个最大的特征值所对应的特征向量 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_d$, 且满足以下条件:

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b} \mathbf{u}_j &= \lambda_j \mathbf{u}_j \\ j &= 1, \dots, d; \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d \end{aligned} \quad (20)$$

3.4 调节因子 α 的选择

通过在一些人脸库上的实验,发现 α 调节因子的选择具有一定的规律,调节因子 α 在一定范围内变化对结果的影响很小,所以对于 α 调节因子的选择也就比较容易,通过对大量实验发现,可以采用下式来选择

$$\alpha = k \cdot \text{tr}(\mathbf{S}_{X_w}) / m \quad (21)$$

式中, m 是单个样本的维数, k 一般取 0.5 ~ 4, 比如选择 0.5, 1, 2, 4 一般就可以得到较满意的结果。对于下面的对比实验,为了建立统一的 α 选择方法,选择 k 为 2, 4, 然后通过式 (21) 计算出结果,并在计算结果附近任意选取一个数值作为 α 的实验数值。

3.5 算法的实现

ELDA 算法过程简述如下:

- (1) 计算类内、类间散布矩阵 \mathbf{S}_{X_w} 、 \mathbf{S}_{X_b} ;
- (2) 求 $(\mathbf{S}_{X_w} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_{X_b}$ 对应最大特征值的一组特征向量作为鉴别矢量;
- (3) 使用鉴别矢量对测试样本和训练样本进行特征抽取;
- (4) 使用测试样本的特征和训练样本中的特征进行距离的测量,以确定每个测试样本属于训练样

本中的哪一类。

4 实验结果

为了检查算法对采用不同测量方法的实验效果,对 ELDA、PCA、LDA 都采用了最小距离和最近邻测量方法,由于使用的是人脸图像,不能直接用 LDA,所以实验中使用的是 PCA + LDA 方法,这里选用的图像人脸库是 ORL 人脸库、Yale 人脸库以及 NUST603 人脸标准库。

由于每个人脸样本的维数较高,因此可以通过双线性插值或通过正交变换缩小到一定维数再做测试,可以大大提高计算速度。就选用的人脸库而言,缩小图像对测试精度影响不大,并且在文献 [9]、[10] 中详细讨论了降低分辨率后的人脸图像依然具有较强的鉴别能力,甚至降低分辨率后,图像的鉴别能力反而提高了,原因是这些图像依然保留了人脸面部的全局形状信息,同时淡化了局部细节,如表情变化、旋转扭曲等。下面实验中,ORL、Yale 采用了 23×28 像素的图像,NUST603 采用了 24×24 像素。

4.1 在 ORL 标准人脸库上的实验

ORL 标准人脸库 (中型库) 由 40 人,每人 10 幅 92×112 的像素图像组成,其中有些图像是拍摄于不同时期的;人的脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化,比如,笑或不笑,眼睛或睁或闭,戴或不戴眼镜;人脸姿态也有相当程度的变化,深度旋转和平面旋转可达 20° ;人脸的尺度也有多达 10% 的变化,图 1 是 ORL 人脸库中某一人的 10 幅图像。

实验中选用 4 种样本组合 (对每个人而言): 前 5 幅训练、后 5 幅测试;每人后 5 幅训练、前 5 幅测试;奇数编号训练、偶数编号测试;偶数编号训练、奇数编号测试。将 4 种样本组合测得的结果等概率相加得到最终的结果,考虑到训练速度,将图像通过双线性插值,从 92×112 像素缩小到 23×28 像素,根据式 (21) 选择 $\alpha = 700, 1400$, 采用最小距离和最近邻两种测量方法。

测试结果如表 1 所示,表中黑体标出的是每种方法的测试最大精度 (“-”表示和上面数值一样),可以看出,在 ORL 人脸库上的实验结果中,无论选择最小距离还是最近邻测量,ELDA 的测试精度都显著超过了 PCA、PCA + LDA 方法。



图 1 ORL 人脸库中某一人的 10 幅图像

Fig. 1 Ten images of one person in ORL human face database

表 1 ORL 人脸库的测试结果

Tab. 1 The comparison of experiment results on ORL face database

特征维数	最小距离				最近邻			
	ELDA		PCA	PCA + LDA	ELDA		PCA	PCA + LDA
	$\alpha = 1$	$\alpha = 700$			$\alpha = 1$	$\alpha = 700$		
9	0.923 75	0.93	0.77	0.81	0.938 75	0.933 75	0.877 5	0.805
19	0.942 5	0.947 5	0.831 25	0.895	0.951 25	0.952 5	0.915	0.893 75
29	0.951 25	0.953 75	0.866 25	0.921 25	0.958 75	0.962 5	0.921 25	0.92
39	0.955	0.955	0.88	0.922 5	0.961 25	0.962 5	0.923 75	0.925
49	—	—	0.881 25	—	0.961 25	0.962 5	0.928 75	0.925
59	—	—	0.883 75	—	0.961 25	0.962 5	0.93	0.925
69	—	—	0.887 5	—	0.962 5	0.962 5	0.928 75	0.923 75

4.2 在 Yale 标准人脸库上的实验

Yale 人脸图像库(小型库)由 15 人,每人 11 幅图像组成;每人的不同图像有较大的表情变化和光

照条件变化。每幅图像的分辨率是 92×112 像素,图 2 是 Yale 人脸库中某一人的 11 幅图像。

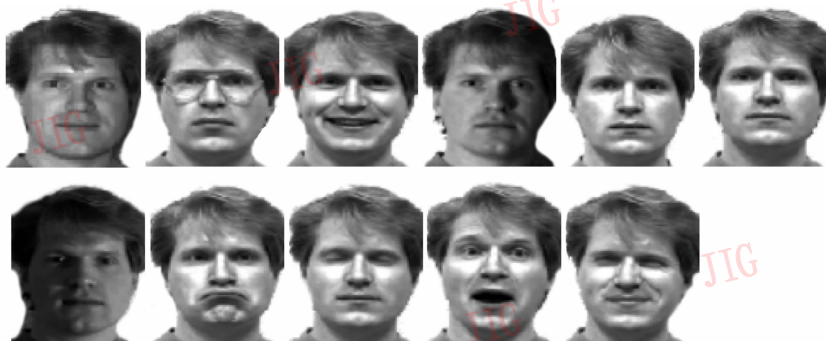


图 2 Yale 人脸库中某一人的 11 幅图像

Fig. 2 Ten Images of one person in Yale human face database

同样选用 4 种样本组合(对每个人而言):前 6 幅训练、后 5 副测试;后 5 副训练、前 6 幅测试;奇数编号训练、偶数编号测试;偶数编号训练、奇数编号测试。将 4 种样本组合测得的结果等概率相加得到

最终的结果。考虑到运算速度,将图像通过双线性插值,从 92×112 像素缩小到 23×28 像素、根据式(21)选择 $\alpha = 2$ 250、4 500,采用最小距离和最近邻两种测量方法。

测试结果如表 2 所示,表中黑体标出的是每种方法的测试最大精度,可以看出在 Yale 人脸库上,虽然抽取的特征维数小,但是并没有影响 ELDA 的

测试精度,无论是最小距离还是最近邻测量,ELDA 都比 PCA、PCA + LDA 的结果要好。

表 2 Yale 人脸库的测试结果

Tab. 2 The comparison of experiment results on Yale face databas

特征维数	最小距离				最近邻			
	ELDA		PCA	PCA + LDA	ELDA		PCA	PCA + LDA
	$\alpha = 4\ 500$	$\alpha = 2\ 250$			$\alpha = 4\ 500$	$\alpha = 2\ 250$		
9	0.931 11	0.937 78	0.830 56	0.910 56	0.937 78	0.941 11	0.826 67	0.907 78
14	0.961 11	0.953 33	0.860 56	0.946 11	0.959 44	0.953 33	0.85	0.948 89
19	—	—	0.869 44	—	0.965	0.956 11	0.86	0.946 11
24	—	—	0.876 11	—	0.965	0.956 67	0.879 44	0.951 67
34	—	—	0.888 33	—	0.965	0.956 67	0.876 11	0.951 11
39	—	—	0.891 11	—	0.962 22	0.956 67	0.884 44	0.948 33
44	—	—	0.894 44	—	0.962 22	0.96	0.878 33	0.942 22
49	—	—	0.891 67	—	0.962 22	0.962 78	0.878 33	0.939 44

4.3 在 NUST603 标准人脸库上的实验

为了检验 ELDA 对较大人脸库的识别能力,采用 NUST603 人脸库来进行实验,NUST603 人脸数据库是一个规模较大的人脸数据库,其中包含 96 人,每人 10 幅图像,图像背景较为复杂,且光照条件变化较大,图像中人的脸部表情和姿态也有着一定程度的变化。每幅图像的分辨率均为 256×256 像素,为了便于识别,我们首先将图像中的脸像切割出来,并归一化为 32×32 像素的标准图像,图 3 为 NUST603 人脸数据

库的部分原始图像和标准化后的图像。

采用和 ORL 人脸库上实验相同的 4 种样本组合测试方法,样本缩小到 24×24 像素,根据式 (21) 选择 $\alpha = 100, 200$,采用最小距离和最近邻两种测量方法。测试结果如表 3 所示,表中黑体标出的是每种方法的测试最大精度,从表 3 中的测试结果可以看出,在 NUST603 人脸库上的实验结果中,无论是最小距离还是最近邻测量方法,ELDA 的识别率比 PCA、PCA + LDA 都有较大幅度的提高。



图 3 NUST603 人脸数据库的部分原始图像和标准化后的图像

Fig. 3 Some original images and standard images in NUST603 human face database

表 3 NUST 人脸库的测试结果

Tab. 3 The comparison of experiment results on NUST603 face databas

特征维数	最小距离				最近邻			
	ELDA		PCA	PCA + LDA	ELDA		PCA	PCA + LDA
	$\alpha = 200$	$\alpha = 100$			$\alpha = 200$	$\alpha = 100$		
5	0.897 4	0.920 31	0.560 94	0.569 79	0.912 5	0.928 12	0.606 25	0.570 83
15	0.981 25	0.988 02	0.815 1	0.914 58	0.988 54	0.989 06	0.861 98	0.914 58
35	0.988 54	0.992 19	0.876 56	0.965 1	0.991 15	0.992 71	0.920 83	0.965 62
75	0.991 67	0.992 19	0.894 79	0.977 6	0.992 71	0.992 71	0.939 06	0.976 56
85	0.991 15	0.993 23	0.895 83	0.978 13	0.992 71	0.992 71	0.939 06	0.976 04
90	0.991 15	0.993 23	0.895 83	0.979 17	0.992 71	0.992 71	0.940 1	0.978 13
95	0.991 67	0.993 23	0.895 83	0.978 65	0.992 71	0.992 71	0.941 15	0.978 65
100	—	—	0.895 83	—	0.993 23	0.992 71	0.941 15	0.978 13

5 结 论

本文提出一种增强型线性鉴别准则 (ELDA), 并且给出了调节因子 α 的选择方法, ELDA 将 PCA 的优点和 LDA 的优点充分地融合在一起, 在一定程度上统一了 PCA 和 LDA, 不仅解决了 PCA 过程中使用最小距离方法时识别精度相对低的缺点, 而且解决了 LDA 过程中当类内散布矩阵奇异时投影向量的求解问题, 同时也注重了泛化特性。另外, 该方法在识别精度上明显优于 PCA、LDA (PCA + LDA), 通过在 ORL、Yale 和 NUST603 人脸库上的实验证明了该算法的有效性。

参考文献 (References)

- Zhao W, Chellappa R, Rosenfeld A, *et al.* Face recognition: A literature survey [J]. *Acm Computing Surveys (CSUR)*, 2003, **35**(4): 399 ~ 458.
- Kirby M, Sirovich L. Application of the KL procedure for the characterization of human faces [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, **12**(1): 103 ~ 108.
- Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1991, **3**(1): 71 ~ 86.
- Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces; recognition using class special linear projection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 711 ~ 720.
- Swets D L, Weng J. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, **18**(8): 831 ~ 836.
- Chen L F, Liao H Y M, Lin J C, *et al.* A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem [J]. *Pattern Recognition*, 2000, **33**(10): 1713 ~ 1726.
- Huang R, Liu Q S, Lu H Q, *et al.* Solving the small sample size problem of LDA [A]. In: *proceedings of International Conference on Pattern Recognition [C]*, Quebec, Canada, 2002: 29 ~ 32.
- Yang J, Yang J Y. Why can LDA be performed in PCA transformed space? [J]. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(2): 563 ~ 566.
- Jin Z. Research on Feature Extraction of face images and feature dimensionality [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 1999. [金忠. 人脸图像特征抽取与维数研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 1999.]
- Jin Z, Yang J Y, Hu Z S, *et al.* Face recognition based on uncorrelated discriminant transformation [J]. *Pattern Recognition*, 2001, **34**(7): 1405 ~ 1416.